Klein-Gordon denklemi

Vikipedi, özgür ansiklopedi

**Klein-Gordon Denklemi**, (bazı kaynaklarda **Klein-Fock-Gordon Eşitliği** olarak da ifade edilir) [Schrödinger denkleminin](http://tr.wikipedia.org/wiki/Schr%C3%B6dinger_denklemi" \o "Schrödinger denklemi) bağıl/göreli (relativistik) olan versiyonudur ve [atomaltı](http://tr.wikipedia.org/wiki/Atom" \o "Atom)[fizikte](http://tr.wikipedia.org/wiki/Fizik) kendi [ekseni](http://tr.wikipedia.org/wiki/Eksen) etrafında dönmeyen parçacıkları tanımlamada kullanılır. [Oskar Klein](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Oskar_Klein&action=edit&redlink=1" \o "Oskar Klein (sayfa mevcut değil)) ve [Walter Gordon](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Walter_Gordon&action=edit&redlink=1" \o "Walter Gordon (sayfa mevcut değil)) tarafından bulunmuştur.

**Konu başlıkları**

  [[göster](http://tr.wikipedia.org/wiki/Klein-Gordon_denklemi)]

Matematiksel Açılım[[değiştir](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Klein-Gordon_denklemi&veaction=edit&vesection=1) | [kaynağı değiştir](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Klein-Gordon_denklemi&action=edit&section=1)]

Serbest bir parçacık için Schrödinger denklemi aşağıdaki gibidir.


\frac{\mathbf{p}^2}{2m} \psi = i \hbar \frac{\partial}{\partial t}\psi


burada

\mathbf{p} = -i \hbar \mathbf{\nabla} [momentum operatörü](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Momentum_operat%C3%B6r%C3%BC&action=edit&redlink=1), \nabla ise [del operatörüdür](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Del&action=edit&redlink=1).

Schrödinger denklemi [Einstein](http://tr.wikipedia.org/wiki/Albert_Einstein)'ın [Özel Görelilik Kuramı](http://tr.wikipedia.org/wiki/%C3%96zel_G%C3%B6relilik_Kuram%C4%B1)'nı hesaba katmadığı için özellikle atomaltı parçacık hesaplamalarında yetersiz kalır.

Özel Görelilik Kuramı'ndan [enerjinin](http://tr.wikipedia.org/wiki/Enerji) tanımını ihraç edip


E = \sqrt{\mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4}


sonra, bu formüle [kuvantum mekanik](http://tr.wikipedia.org/wiki/Kuvantum_mekani%C4%9Fi" \o "Kuvantum mekaniği) [momentum operatörünü](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Momentum_operat%C3%B6r%C3%BC&action=edit&redlink=1) eklediğimizde,

 \sqrt{(-i\hbar\mathbf{\nabla})^2 c^2 + m^2 c^4} \psi= i \hbar \frac{\partial}{\partial t}\psi. 

sonucunu alırız. Ancak bu eşitlik karekökten dolayı [gayrilokal](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Gayrilokal&action=edit&redlink=1" \o "Gayrilokal (sayfa mevcut değil)) ve düzensiz bir yapıdadır ve bu yüzden Klein ve Gordon eşitliğin daha objektif bir versiyonunu tümdengelmişlerdir.


(\Box^2 + \mu^2) \psi = 0,


burada

 \mu = \frac{mc}{\hbar} \,

ve

 \Box^2 = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\, olur.

Bu yeni operatöre [d'Alembert operatörü](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=D%27Alembert_operat%C3%B6r%C3%BC&action=edit&redlink=1" \o "D'Alembert operatörü (sayfa mevcut değil)) denir ve günümüzde skaler *(sıfır rotasyonlu)* parçacıklar için [alan denklemi](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Alan_denklemi&action=edit&redlink=1) olarak kullanılmaktadır.

Göreli serbest parçacık çözümü[[değiştir](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Klein-Gordon_denklemi&veaction=edit&vesection=2) | [kaynağı değiştir](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Klein-Gordon_denklemi&action=edit&section=2)]

Serbest bir parçacığın Klein-Gordon denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

Yukarıdaki ifadenin gayrigöreli versiyonu ise bu şekilde ifade edilebilir:

Ancak elbette bu durumda,


-k^2+\frac{\omega^2}{c^2}=\frac{m^2c^2}{\hbar^2}.


engeli oluşacaktır. Gayrigöreli parcçacıklarda olduğu gibi, aynı ifadenin [enerji](http://tr.wikipedia.org/wiki/Enerji) ve [momentum](http://tr.wikipedia.org/wiki/Momentum) için olan versiyonları,


\langle\mathbf{p}\rangle=\langle \psi |-i\hbar\mathbf{\nabla}|\psi\rangle = \hbar\mathbf{k},


ve


\langle E\rangle=\langle \psi |i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle = \hbar\omega.


şeklinde formüle edilir. Bu noktada eşitliği **k** ve **ω** bilinmeyenleri için çözüp yukarıda değindiğimiz engel denklemine ihraç ettiğimizde *m*>0 kütleli parçacıkların enerji ve momentum değerleri arasındaki bağlantıyı formüle etmiş oluruz.

\left.\right.
\langle E \rangle^2=m^2c^4+\langle \mathbf{p} \rangle^2c^2.


Kütlesiz parçacıklar için, yukarıdaki denklemde *m*`i 0 olarak alabiliriz. Bu durumda kütlesiz parçacığın enerji ve momentumu arasında,

\left.\right.
\langle E \rangle=\langle |\mathbf{p}| \rangle c.


ilişkisine ulaşırız.

Aksiyom[[değiştir](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Klein-Gordon_denklemi&veaction=edit&vesection=3) | [kaynağı değiştir](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Klein-Gordon_denklemi&action=edit&section=3)]

Klein-Gordon denklemi aşağıdaki aksiyom kullanılarak tümdengelinebilir.

\mathcal{S}=\int \mathrm{d}^4x \left(\frac{1}{2}\partial_{\mu}\phi \partial^{\mu}\phi - \frac{1}{2}\frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \phi^2 \right)

burada \phi Klein-Gordon alanını, m ise kütleyi ifade etmektedir.